Modelagem de um amortecedor magnético

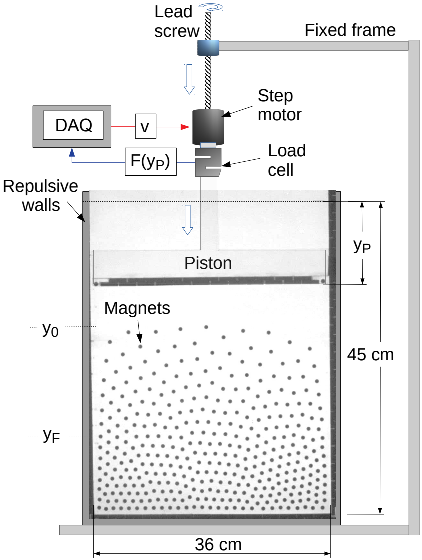
Caio Tomás de Paula (PET/MEC/FNDE)
Orientador: Yuri Dumaresq Sobral

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

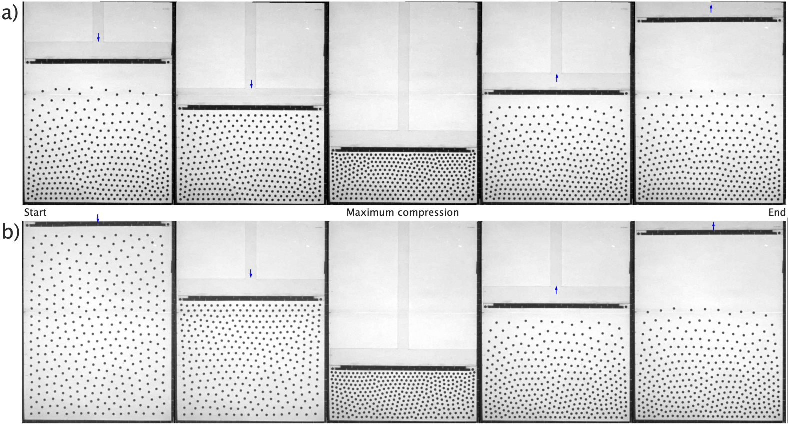
IV Seminário de Iniciação à Pesquisa

SU22 | Semana Universitária UnB
29 ago - 2 set
100 anos de Darcy Ribeiro

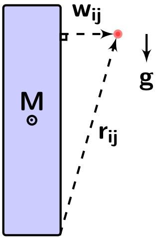
Setup do experimento



O experimento



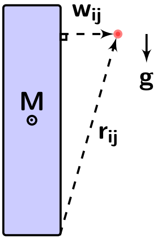
Equações governantes



- **Peso**

$$m\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{f}_i + m\mathbf{g} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \frac{3\mu_0\mu_D^2}{4\pi}\cdot\frac{\widehat{\mathbf{r}}_{ij}}{r_{ij}^4} + \frac{\mu_0\mu_D M}{\pi}\sum_{j=1}^{4}\frac{\widehat{\mathbf{w}}_{ij}}{w_{ij}^3}$$

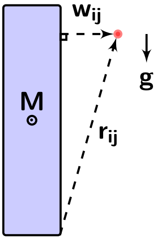
Equações governantes



- Peso
- **Atrito**

$$m\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{f}_i + m\mathbf{g} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \frac{3\mu_0\mu_D^2}{4\pi}\cdot\frac{\widehat{\mathbf{r}}_{ij}}{r_{ij}^4} + \frac{\mu_0\mu_D M}{\pi}\sum_{j=1}^{4}\frac{\widehat{\mathbf{w}}_{ij}}{w_{ij}^3}$$

Equações governantes

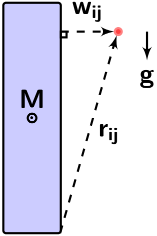


- Peso
- Atrito

$$m\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{f}_i + m\mathbf{g} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \frac{3\mu_0\mu_D^2}{4\pi}\cdot\frac{\widehat{\mathbf{r}}_{ij}}{r_{ij}^{4}} + \frac{\mu_0\mu_D M}{\pi}\sum_{j=1}^{4}\frac{\widehat{\mathbf{w}}_{ij}}{w_{ij}^{3}}$$

- **Força dipolo-dipolo (hip. simplificadora)**

Equações governantes

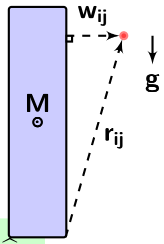


- Peso
- Atrito

$$m\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{f}_i + m\mathbf{g} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \frac{3\mu_0\mu_D^2}{4\pi}\cdot\frac{\widehat{\mathbf{r}}_{ij}}{r_{ij}^{4}} + \frac{\mu_0\mu_D M}{\pi}\sum_{j=1}^{4}\frac{\widehat{\mathbf{w}}_{ij}}{w_{ij}^{3}}$$

- Força dipolo-dipolo (hip. simplificadora)
- **Força parede-dipolo (assume parede infinita!)**

Equações governantes

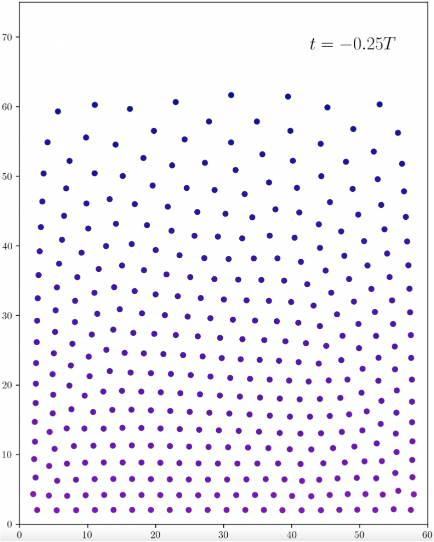


- Peso
- Atrito

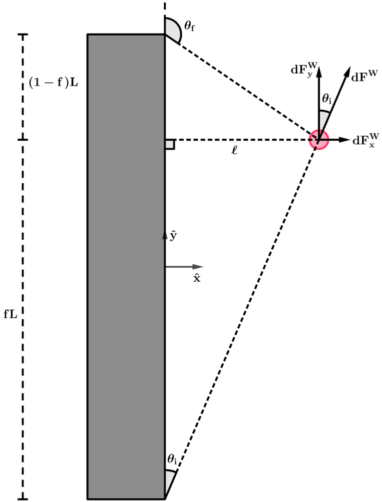
$$m\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{f}_i + m\mathbf{g} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \frac{3\mu_0\mu_D^2}{4\pi} \cdot \frac{\widehat{\mathbf{r}}_{ij}}{r_{ij}^4} + \frac{\mu_0\mu_D M}{\pi}\sum_{j=1}^{4}\frac{\widehat{\mathbf{w}}_{ij}}{w_{ij}^3}$$

- Força dipolo-dipolo (hip. simplificadora)
- Força parede-dipolo (assume parede infinita!)
- **Problema: o experimento sugere um decaimento com expoente 3.5!**

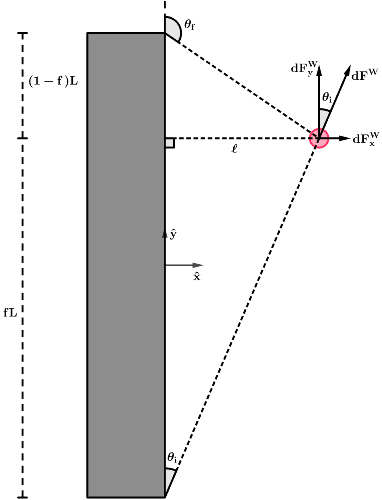
A simulação



Melhorando o modelo: parede magnética finita



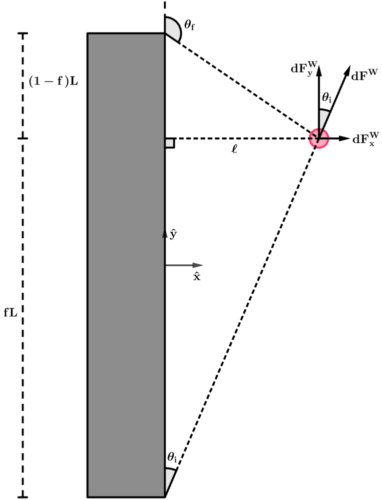
Melhorando o modelo: parede magnética finita



- Na geometria ilustrada, a menos de um fator $\dfrac{3\mu_0\mu_D M}{4\pi\ell^3}$, temos

$$dF_x^W = \sin^3\theta\, d\theta$$
$$dF_y^W = \cos\theta \sin^2\theta d\theta$$

Melhorando o modelo: parede magnética finita



- Na geometria ilustrada, a menos de um fator $\dfrac{3\mu_0\mu_D M}{4\pi\ell^3}$, temos

$$dF_x^W = \sin^3\theta\, d\theta$$
$$dF_y^W = \cos\theta \sin^2\theta d\theta$$

- Observe que

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{\ell}{fL}\right)$$
$$\theta_f = \pi - \arctan\left(\frac{\ell}{(1-f)L}\right)$$

Melhorando o modelo: parede magnética finita

- Integrando e usando que

$$\cos(\arctan x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}},\ x \in (-\pi/2, \pi/2)$$
$$\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}},\ x \in (0, \pi),$$

Melhorando o modelo: parede magnética finita

- Integrando e usando que

$$\cos(\arctan x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}},\ x \in (-\pi/2, \pi/2)$$
$$\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}},\ x \in (0, \pi),$$

chegamos em

$$F_x^W = \frac{3\mu_0\mu_D M}{4\pi\ell^3}\left[\frac{1}{\sqrt{A^2+1}}\left(\frac{3A^2+2}{3A^2+3}\right) + \frac{1}{\sqrt{B^2+1}}\left(\frac{3B^2+2}{3B^2+3}\right)\right]$$
$$F_y^W = \frac{\mu_0\mu_D M}{4\pi\ell^3}\left(\frac{1}{\sqrt{B^2+1}}\frac{B^3}{B^2+1} - \frac{1}{\sqrt{A^2+1}}\frac{A^3}{A^2+1}\right),$$

Melhorando o modelo: parede magnética finita

- Integrando e usando que

$$\cos(\arctan x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}},\ x \in (-\pi/2, \pi/2)$$
$$\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}},\ x \in (0, \pi),$$

chegamos em

$$F_x^W = \frac{3\mu_0\mu_D M}{4\pi\ell^3}\left[\frac{1}{\sqrt{A^2+1}}\left(\frac{3A^2+2}{3A^2+3}\right) + \frac{1}{\sqrt{B^2+1}}\left(\frac{3B^2+2}{3B^2+3}\right)\right]$$
$$F_y^W = \frac{\mu_0\mu_D M}{4\pi\ell^3}\left(\frac{1}{\sqrt{B^2+1}}\frac{B^3}{B^2+1} - \frac{1}{\sqrt{A^2+1}}\frac{A^3}{A^2+1}\right),$$

sendo

$$A = \frac{\ell}{fL}, \qquad B = \frac{\ell}{(1-f)L} \qquad \left(\xrightarrow{L\to\infty} 0\right).$$

Melhorando o modelo: parede magnética finita

- Note que

$$F_x^W \xrightarrow{L\to\infty} \frac{\mu_0 \mu_D M}{4\pi \ell^3}$$

$$F_y^W \xrightarrow{L\to\infty} 0.$$

Melhorando o modelo: parede magnética finita

- Note que

$$F_x^W \xrightarrow{L \to \infty} \frac{\mu_0 \mu_D M}{4\pi \ell^3}$$

$$F_y^W \xrightarrow{L \to \infty} 0.$$

- Mas [1]

$$\mathbf{F}_{\text{exp}}^{\mathbf{W}} = \frac{\mu_0 \mu_D M}{2\pi} \sum_{j=1}^{4} \frac{\widehat{\mathbf{w}}_{ij}}{w_{ij}^{3.5}}$$

Melhorando o modelo: parede magnética finita

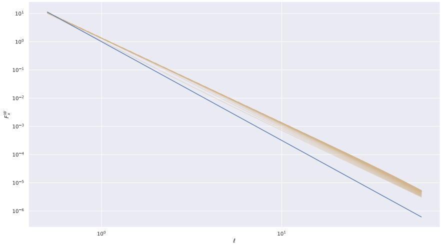
- Note que

$$F_x^W \xrightarrow{L\to\infty} \frac{\mu_0\mu_D M}{4\pi\ell^3}$$

$$F_y^W \xrightarrow{L\to\infty} 0.$$

- Mas [1]

$$\mathbf{F}^{\mathbf{W}}_{\text{exp}} = \frac{\mu_0\mu_D M}{2\pi}\sum_{j=1}^{4}\frac{\widehat{\mathbf{w}}_{ij}}{w_{ij}^{3.5}}$$



Fit versus parede finita para $L = 100D$.

Próximos passos

Próximos passos

Atuais

Próximos passos

Atuais

- como melhorar o modelo?

Próximos passos

Atuais

- como melhorar o modelo?
- como a força se comporta se não houver expansão? (qualitativamente)

Próximos passos

Atuais

- como melhorar o modelo?
- como a força se comporta se não houver expansão? (qualitativamente)
- como a dinâmica do sistema muda se aumentarmos o número de partículas e o tamanho da célula?

Próximos passos

Atuais

- como melhorar o modelo?
- como a força se comporta se não houver expansão? (qualitativamente)
- como a dinâmica do sistema muda se aumentarmos o número de partículas e o tamanho da célula?

Futuros

Próximos passos

Atuais

- como melhorar o modelo?
- como a força se comporta se não houver expansão? (qualitativamente)
- como a dinâmica do sistema muda se aumentarmos o número de partículas e o tamanho da célula?

Futuros

- otimizar o algoritmo de simulação

$$\mathcal{O}(n^2) \xrightarrow[\text{paralelismo}]{\text{lista de Verlet}} \mathcal{O}(n^{\leq 5/3})$$

Próximos passos

Atuais

- como melhorar o modelo?
- como a força se comporta se não houver expansão? (qualitativamente)
- como a dinâmica do sistema muda se aumentarmos o número de partículas e o tamanho da célula?

Futuros

- otimizar o algoritmo de simulação

$$\mathcal{O}(n^2) \xrightarrow[\text{paralelismo}]{\text{lista de Verlet}} \mathcal{O}(n^{\leq 5/3})$$

- como a força se comporta se não houver expansão? (quantitativamente – mudança de fase de cristais 2D via KTHNY-teoria)

Referências

J.A.C. Modesto, S. Dorbolo, H. Katsuragi, F. Pacheco-Vázquez and Y.D. Sobral
Compression of a granular layer composed of repelling magnetic particles
Granular Matter, 2022. Accepted.

K.W. Yung, P.B. Landecker and D.D. Villani
An analytic solution for the force between two magnetic dipoles
Physical Separation in Science and Engineering, 1998, n. 9, p.39-52

K.W. Yung, P.B. Landecker and D.D. Villani
An analytic solution for the torque between two magnetic dipoles
Physical Separation in Science and Engineering, 1999, n. 10, p.29-33

Obrigado!

Contato: caiotomas6@gmail.com